

ESTUDIO COMPARATIVO DE CUATRO MÉTODOS DE COMPRESIÓN PARA IMÁGENES DE RESONANCIA MAGNÉTICA NUCLEAR

AZPIROZ LEEHAN, J.
CHARLESTON VILLALOBOS, S.

Departamento de Ingeniería Eléctrica.
UAM-Iztapalapa, Av. Michoacán y Purísima s/n, 09340,
México, D.F.

RESUMEN:

Se presenta un estudio acerca de las propiedades de compresión de 4 métodos empleados actualmente para imágenes y se aplica al caso de imágenes cerebrales de resonancia magnética nuclear: Transformada de Fourier, Transformada cosenoidal, wavelets y wavelet packets. Se comparan los resultados con la literatura, donde se encuentra que para las transformaciones de Fourier y cosenoidal, ésta última es superior, mientras que en general la aplicación de wavelet packets en un esquema de descomposición en 5 niveles y con una selección de la entropía de acuerdo al criterio del logaritmo de la energía proporciona los mejores resultados desde todos los puntos de vista estudiados: criterios visuales, imágenes de diferencias y cálculo del error cuadrático medio.

PALABRAS CLAVE:

Compresión de imágenes, Transformada discreta cosenoidal, wavelets, wavelet packets, resonancia magnética nuclear

INTRODUCCIÓN

Desde hace más de 100 años y hasta ahora, la mayor parte de las imágenes médicas se visualizan y almacenan en medios analógicos, tales como la película radiográfica aún cuando un gran número de modalidades de imagen tiene un formato digital originalmente. Sin embargo, las tendencias actuales indican que si se desea almacenar y transmitir imágenes médicas de manera eficiente, éstas deberán almacenarse en un formato digital, de tal manera que se puedan ligar fácilmente a sistemas de administración radiológica o a sistemas de almacenamiento y comunicación de imágenes (PACS). La compresión de imágenes en estos campos debe emplearse, ya que permite una reducción importante de el espacio de almacenamiento, además de que el tiempo de transferencia a través de una red se reduce en la misma proporción.

ABSTRACT:

We present a comparison between four methods used for the compression of magnetic resonance medical images. The methods tested were: Fourier and cosine transforms, wavelets and wavelet packets. Results are compared with the literature, and the conclusions show that cosine transform methods outperform Fourier transforms, and wavelet methods are better than the classical transform methods previously mentioned. In particular, we show by visual quality, difference images and mean square error criteria that the wavelet packet five level decomposition using the log of energy as entropy criterion is the most suitable method for magnetic resonance images of the brain.

KEYWORDS:

Image compression, Discrete cosine transform, wavelets, wavelet packets, nuclear magnetic resonance.

Los algoritmos de compresión se dividen generalmente en reversibles e irreversibles. En el primer caso, toda la información disponible se encuentra después de la descompresión, pero solo se pueden obtener tasas de alrededor de 3:1 [1]. En el caso de la compresión irreversible, existe una pérdida de información, pero las tasas que se pueden obtener son al menos de un orden de magnitud mayor. En el caso de las imágenes médicas se desea proporcionar toda la información necesaria al médico, al mismo tiempo que se eliminan las distorsiones producidas por el método. Es frecuente encontrar que un número importante de los algoritmos emplean la transformación de la imagen a otro dominio, donde sea posible representar la energía de la imagen de una manera más compacta.

La transformada discreta cosenoidal (TDC) es un caso típico de estos métodos. Es frecuente encontrar que la imagen se divide en sub-bloques para procesar los mismos y así minimizar el tiempo de cómputo. El algoritmo denominado JPEG ("joint photographers expert group") es un estándar de compresión que emplea esta técnica. Aún cuando este algoritmo no fue diseñado para emplearse en imágenes médicas (ya que genera artefactos de bloque,

Recepción del artículo en su primera versión: enero /99

Aprobación del artículo en su versión final: marzo /99

Responsable:

Joaquín Azpiroz Leehan
Área de Procesamiento Digital de Señales e Imágenes Biomédicas,
Dept. Ing. Eléctrica, UAM-Iztapalapa, Av.
Michoacán y Purísima s/n, 09340, México, D.F.
jazp@xanum.uam.mx

que son inaceptables en este campo), frecuentemente se emplea para evaluar técnicas y efectuar comparaciones. En ocasiones se ha empleado en el medio hospitalario, como por ejemplo, en el caso de telepatología [2], pero en general los trabajos que emplean la TDC en el ambiente hospitalario sugieren que se efectúe una transformación sobre la imagen completa [3,4]. Otros métodos que se han empleado han sido cuantificadores vectoriales a tasas variables, donde se han reportado tasas de compresión de hasta de 10.5:1 para imágenes de resonancia magnética nuclear [5-10].

Una medida del rendimiento de una transformada discreta para la compresión es su capacidad de decorrelacionar una secuencia dada. La transformada Karhunen-Loève (KL) es una transformada óptima, ya que decorrelaciona completamente una secuencia. Para evaluar el rendimiento de las transformaciones subóptimas se efectúan comparaciones de éstas con la transformada KL. Varias de estas comparaciones se han llevado a cabo para evaluar el rendimiento de distintas transformadas en función de la distribución de varianza, la compactación de la energía y la minimización de la distorsión. De acuerdo a la literatura, bajo todos estos criterios la TDC es superior a las demás debido a que se aproxima muy bien a la transformada KL. Un ejemplo de estas diferencias son las características de compactación de la energía entre la TDF y la TDC para varios tipos de imágenes. Es posible optimizar el algoritmo de compresión, dependiendo del tipo de imagen a comprimir. Por ejemplo, en la mayoría de las imágenes tomográficas se tiene una región central donde se localiza la información de interés, que está rodeada de una región de intensidad cercana a cero. De acuerdo a Villasenor, en estos casos, la TDC no es la transformada más eficiente desde el punto de vista de la compactación de la energía y por lo tanto se pueden emplear otras transformaciones más eficientes desde el punto de vista computacional, como en el caso de las transformadas de Fourier y de Hartley [11]. Debido a esto, hemos analizado el comportamiento tanto de la TDF como de la TDC para el caso de compresión de imágenes de resonancia magnética nuclear de 256 x 256 píxeles.

METODOLOGÍA

En este trabajo estamos interesados en evaluar la calidad de las imágenes comprimidas y descomprimidas con distintas tasas y bajo distintos tipos de transformación. Empleamos inicialmente la técnica propuesta por Lo y Huang para transformadas cosenoidales de imágenes completas y la aplicamos a la TDC (algoritmo de Lo y Huang original) [3, 13], la TDF (siguiendo a Villasenor) [11] y a la transformada en ondelets o "wavelets", siguiendo las ideas planteadas por Saipetch, Ho y colaboradores, tanto en su versión convencional como en la descomposición conocida como paquetes de wavelets o "wavelet packets" [12].

Para poder efectuar una compresión de las imágenes, es necesario eliminar selectivamente a varios de los coeficientes que componen a la imagen transformada y posteriormente efectuar la transformada inversa. En este estudio, los coeficientes que se eliminaron fueron escogidos a partir de un umbral que nos permite eliminar el número de coeficientes necesario para poder obtener una tasa de compresión predeterminada. Para cuantificar esta información se sigue el esquema propuesto por Lo y Huang [3] que mapea los valores flotantes al entero más cercano entre 0 y 255 para obtener 256 niveles posibles. A partir de una imagen axial de resonancia magnética de una cabeza se efectuaron las transformaciones y posteriormente se seleccionaron los datos a conservar para cada uno de los métodos. Para este estudio se escogieron las tasas de compresión de 13, 26 y 52:1. La figura 1 muestra la imagen original, que se empleó para efectuar la compresión siguiendo las distintas técnicas mencionadas.

COMPRESIÓN POR TRANSFORMACIÓN DE FOURIER Y COSENOIDAL

La idea general de la compresión por transformación se basa en la obtención de una representación alternativa de la imagen, de tal manera que la energía de la misma quede concentrada selectivamente en unos cuantos coeficientes. Estos coeficientes son los que deberán guardarse después de una cuantificación para generar posteriormente la imagen reconstruida. En general, la compresión por transformación se ha estudiado para señales de video, donde típicamente se subdivide la imagen original en sub-bloques de alrededor de 8 x 8 píxeles para después efectuar las transformaciones sobre estos. Este enfoque tiene la ventaja de disminuir significativamente los tiempos

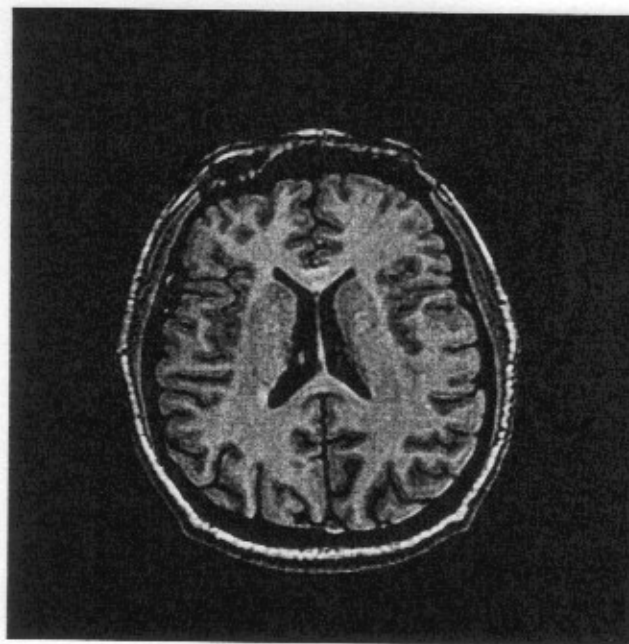


Figura 1. Imagen original. Corte axial de resonancia magnética nuclear

de cálculo, pero en el caso de imágenes fijas, se generan artefactos de bloque, que son completamente inaceptables para imágenes en aplicaciones médicas. Es por esto que en la actualidad se empleen técnicas de compresión por transformación sobre las imágenes completas en este último tipo de imágenes.

La transformada Cosenoidal se emplea para la compresión de imágenes, la reconstrucción y el filtrado. Se puede calcular a partir de una transformada de Fourier de tamaño $2N$. A partir de una imagen inicial, por ejemplo de 1024×1024 pixeles, se transfiere una línea de la imagen, de 1024 valores hacia un buffer. A esta línea se le adicionan 1024 ceros para construir un buffer de 2048 valores. Se calcula una transformada discreta de Fourier sobre estos 2048 valores, y cada dato se multiplica por un coeficiente $e^{-j2\pi n/2048}$. La transformada cosenoidal es la parte real de este producto, multiplicada por la constante $2C(u)/N$, donde $C(u) = (1/2)^{1/2}$ si $u=0$ y $C(u)=1$ si u es distinto de 0. El resultado es una línea de 1024 valores transformados.

Todos los pixeles se procesan de la misma manera y las líneas transformadas que se encuentran almacenadas en memoria deben seguir una operación de transposición para obtener una transformada transpuesta unidimensional de la imagen completa. Esta imagen transpuesta sufre una segunda transformación, siguiendo las mismas operaciones y el resultado es una transformada cosenoidal bidimensional de la imagen original. En estos datos transformados, la información relativa a las bajas frecuencias dentro de la imagen inicial se encuentran en la esquina superior izquierda (el primer dato corresponde al valor de DC o al nivel de gris promedio de la imagen completa), mientras que la información de altas frecuencias se encuentra alrededor de la esquina inferior derecha.

Para el caso discreto, si se define a $x(n)$ como una señal discreta en el tiempo y $X(k)$ como su transformada de Fourier, se puede definir la transformada discreta cosenoidal (TDC) como la parte real de $X(k)$. La parte real de $X(k)$ también es la transformada discreta de Fourier (TDF) de la parte par de $x(n)$, definida como $x_e(n) = [x(n) + x(-n)]/2$. Esto quiere decir que la TDC de $x(n)$ es igual a la TDF de $x_e(n)$. Para el caso en el que $x_e(n)$ es causal, es decir que $x(n)=0$ para $n < 0$, $x_e(n)$ y por lo tanto la TDC definen a $x(n)$ de manera única. En este caso, $x_e(n)$ puede verse como una extensión par de $x(n)$. Se puede concluir entonces que la TDC de una función causal $x(n)$ puede obtenerse como la TDF de una extensión par de $x(n)$ [13].

En los casos de las transformadas de Fourier y cosenoidales, se puede observar que el espectro de la imagen transformada contiene información principalmente en las regiones de baja frecuencia. En estos casos, los coeficientes eliminados se encontrarían en las esquinas del espectro de Fourier y en el ángulo inferior derecho de la transformada cosenoidal y dependiendo de la tasa de compresión deseada, el umbral a partir del cual se sustituyen los valores de

los coeficientes hará que estas regiones crezca o decrezca. Para las tasas de compresión de este estudio, se eliminarán aproximadamente el 92.5%, 96.2 y 98% de los coeficientes para obtener las tasas de 13:1, 26:1 y 50:1 respectivamente.

COMPRESIÓN POR TRANSFORMADA WAVELET Y WAVELET PACKETS

Según Mallat [14], los métodos de descomposición multifrecuencial son adecuados para la compresión de imágenes, gracias a las propiedades estadísticas de las imágenes y al hecho de que estas representaciones se aproximan a la sensibilidad del sistema visual humano. Aún cuando la respuesta a impulso de una célula simple en la corteza visual pueda modelarse por una transformada de Gabor, no es posible desarrollar un sistema de compresión alrededor de este tipo de función, ya que la resolución del sistema Gabor es fija [15] y dado que a pesar de que a partir de una expansión de Gabor se tiene una representación completa, no se trata de una base ortonormal para ésta [16]. Ahora bien, en la compresión de imágenes, no es posible definir a priori una resolución óptima para efectuar un análisis. Es difícil hacer un análisis a partir de la intensidad de niveles de gris directamente, ya que estos valores dependen de variaciones de iluminación del medio ambiente. Las variaciones locales de intensidad de la imagen son más importantes. El tamaño del entorno donde se calcula el contraste debe adaptarse a la talla del objeto a analizar y en general, una imagen contiene muchas estructuras de diversos tamaños [17]. Por lo tanto es relevante el manejo de diferentes escalas para la compresión de imágenes. La imagen original puede representarse mediante la suma de dos imágenes, una de baja resolución, llamada también aproximación, y otra que contiene la diferencia de información entre dos niveles de diferente resolución o escala. La diferencia de información entre las aproximaciones de una imagen a las resoluciones 2^{l-1} y 2^l puede extraerse al descomponer la imagen sobre una base de "wavelets" ortonormales de $L^2(\mathbf{R}^2)$, de la forma $\{\psi_{j,l,m,n}^{j,m,n}(x,y)\} = \{2^l \psi^j(x-2^l m, y-2^l n)\}; j \geq 0, l=1,2,3$, donde j,l,m,n son enteros [18]. La redundancia en la descomposición se elimina, debido a que las funciones son ortogonales. Esta descomposición define a una representación multiresolución denominada representación por "wavelets", que para el caso discreto se calcula por medio del empleo de un algoritmo piramidal basado en convoluciones por filtros espejo en cuadratura. La transformada bidimensional por "wavelets" se puede calcular a partir de una extensión separable del algoritmo de descomposición unidimensional. A cada etapa $A_{2^{j+1}}^j f$, la imagen puede descomponerse en: $A_{2^j}^j f, D_{2^j}^1 f, D_{2^j}^2 f, D_{2^j}^3 f$ donde $A_{2^j}^j f$ es la aproximación discreta de la imagen $f(x,y)$ a la resolución 2^j y $D_{2^j}^l f$ es la imagen de detalles a la resolución 2^j que contiene la diferencia de información entre $A_{2^{j+1}}^j f$ y $A_{2^j}^j f$. La figura 2 muestra esta descomposición.

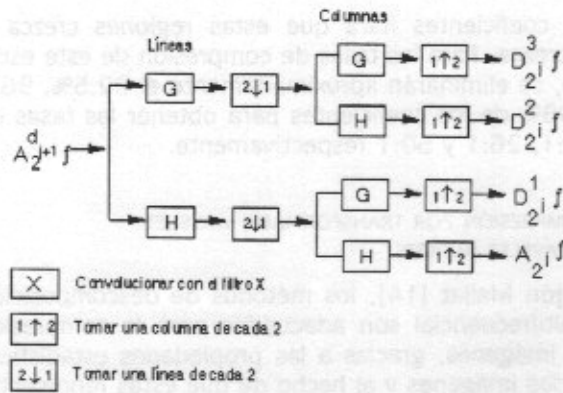


Figura 2. Descomposición de una imagen en sub-imágenes por medio de convoluciones monodimensionales de líneas y columnas de la imagen inicial con filtros espejo en cuadratura H y G.

La imagen $A_{2^j}^d$ corresponde a las frecuencias más bajas, $D_{2^i}^1 f$ representa las frecuencias verticales altas (bordes verticales), $D_{2^i}^2 f$ representa las frecuencias horizontales altas y $D_{2^i}^3 f$ las altas frecuencias en las 2 direcciones (las esquinas o las diagonales). La reconstrucción sigue el proceso inverso. Durante la reconstrucción, es posible adaptar el error de la codificación de cada imagen de detalle a la sensibilidad del sistema visual humano en cada banda de frecuencia y para cada orientación específica. En las bandas donde el sistema visual humano es más sensible, se introduce un menor ruido de cuantificación, mientras que se pueden emplear compresiones más elevadas en las bandas donde la respuesta del sistema visual humano es más débil [14,17].

El análisis de la imagen en paquetes de wavelets generaliza el análisis por wavelets. En este caso se descompone tanto los componentes de baja frecuencia (aproximaciones) como los componentes de altas frecuencias (detalles). La figura 3 muestra este esquema de operación. Este tipo de análisis permite que una imagen se descomponga en 2^n distintas maneras de codificar la misma. Para definir cual es la mejor opción de estas, normalmente se determina cual es la mejor base para cada árbol, desde el punto de vista del menor costo [19]. Esto se hace normalmente a partir de algún criterio de entropía. Para el empleo de esta técnica para la compresión de imágenes, es necesario:

- Calcular la descomposición del wavelet packet de la señal para el nivel deseado.
- Calcular el mejor árbol del wavelet packet, siguiendo algún criterio de entropía.
- Aplicar un umbral para seleccionar la cantidad de compresión deseada.
- Reconstruir la imagen a partir de los coeficientes modificados.

Para el caso bajo estudio, se empleó a los wavelets biortogonales definidos por Daubechies [19] (filtros derivados de una función spline, con 4 coeficientes para el análisis y 4 para la reconstrucción), ya que

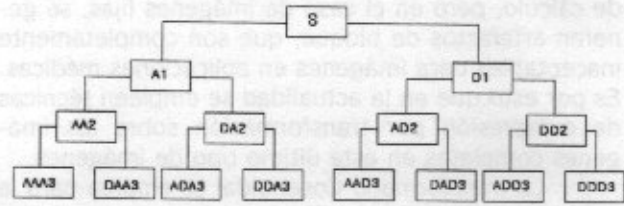


Figura 3. Descomposición de una señal S en wavelet packets, donde A representa las secciones de aproximación y D las secciones de detalles. Los índices representan el nivel en la descomposición.

bajo el esquema de filtrado en sub-bandas, es imposible tener filtros idénticos para análisis y para reconstrucción. A partir estos filtros de fase lineal se hizo una descomposición en tres niveles y posteriormente se efectuó una eliminación por umbral de los detalles horizontal, vertical y diagonal, donde se favoreció la eliminación de los detalles diagonales sobre los otros dos, debido a que visualmente se puede efectuar una reconstrucción aceptable siguiendo este esquema. En el caso de los paquetes de wavelets, se hizo una descomposición en tres niveles empleando la misma familia de wavelets (Biortogonales 4.4) y la selección del mejor árbol se hizo en función del criterio de entropía de Shannon [20].

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La figura 4 muestra los resultados correspondientes a las tasa de compresión de 13:1, 26:1 y 50:1. Estas tasas se escogieron por estar la de 26:1 en el límite superior de los resultados reportados en la literatura para una transformada tipo cosenoidal sobre la imagen completa. Las otras dos tasas son múltiplos y submúltiplos de la anterior. A partir de un análisis simple se puede observar claramente que la calidad visual de las imágenes comprimidas por wavelets y wavelet packets es superior a las imágenes que emplearon las transformadas de Fourier y cosenoidales. Estos resultados se corroboran si se presentan los resultados de las imágenes de error, correspondientes a efectuar las diferencias entre la imagen original y las imágenes descomprimidas, además de calcular el error cuadrático medio (ECM), calculado como:

$$ECM = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [x(m,n) - \hat{x}(m,n)]^2$$

donde $x(m,n)$ es la imagen original y $\hat{x}(m,n)$ la imagen reconstruida después de la compresión. Este ECM fue de 0.00121 para la TDF, 0.00098 para la TDC, 0.00031 para Wavelets y 0.00014 para Wavelet Packets para la tasa de compresión de 13:1. Tanto desde el punto de vista de calidad visual, de las imágenes de error y del error cuadrático medio, las imágenes de mejor calidad fueron aquellas comprimidas por Wavelet Packets, seguidas de las imágenes

comprimidas por Wavelets, TDC y TDF respectivamente. Es importante hacer notar que en estos casos, los resultados contradicen a aquellos reportados por Villasenor. Aquí, el comportamiento de las imágenes procesadas por la TDC es mejor que aquellas procesadas por la Transformada de Fourier, tal y como se esperaba para la generalidad de las imágenes, aunque la calidad visual de los dos tipos de imágenes resultantes de una compresión y descompresión es similar. La figura 5 muestra los resultados de estas operaciones, presentando las imágenes de error para la tasa de 13:1 (sustracción de la imagen original menos la imagen descomprimida) multiplicadas por un factor de 10 para hacer resaltar las diferencias.

Es evidente que en los métodos por transformación convencional existe un error importante que se observa al conservarse parte de las estructuras cerebrales en las imágenes de diferencias, y que no se observa en las imágenes provenientes de las descomposiciones en wavelets. En estos casos, las imágenes de diferencias muestran texturas y ruido menos correlacionados con las imágenes originales.

Los tiempos de procesamiento para los cálculos de las transformadas de Fourier, cosenoidal y descomposición wavelet en 3 niveles, son similares (del orden de 10-12 segundos en una computadora PC con procesador K6 a 200MHz de frecuencia de operación). La calidad de las imágenes se degrada significativamente para las tasas de compresión de 26:1 y 52:1 para todos los métodos a excepción de los wavelet packets, donde la calidad de la imagen descomprimida a una tasa de 26:1 sigue siendo aceptable. La tabla 1 muestra los resultados del cálculo del error cuadrático medio para las tasas de compresión de 13:1 26:1 y 52:1 respectivamente y descomposiciones en 3 niveles.

TIPO DE COMPRESIÓN	TASA 13:1	TASA 26:1	TASA 52:1
FOURIER	0.00122	0.00231	0.003647
COSENOIDAL	0.00104	0.00178	0.003065
WAVELETS BIORTOGONALES SPLINE 4.4	0.000316	0.00147	0.005059
WAVELET PACKETS BIORTOGONALES 4.4	0.000144	0.000623	0.002297

Tabla 1. Error cuadrático medio de la compresión a una tasa de 13:1, 26:1 y 52:1.

Como se puede ver en los resultados anteriores, la calidad obtenida por la compresión empleando los wavelets y wavelet packets desde el punto de vista del error cuadrático medio así como desde el punto de vista de la calidad visual es mejor a aquella obtenida por transformaciones más convencionales. Una excepción a estos resultados es la compresión por Wavelets a una tasa de 52:1, y esto es debido a que probablemente no se llevó a cabo una selección óptima de los coeficientes a eliminar.

Para evaluar las características de otras posibilidades de compresión, se decidió efectuar compresiones de la misma imagen a la tasa de 52:1 por medio de wavelets y wavelet packets, pero ahora para una descomposición en 4 y 5 niveles. En estos

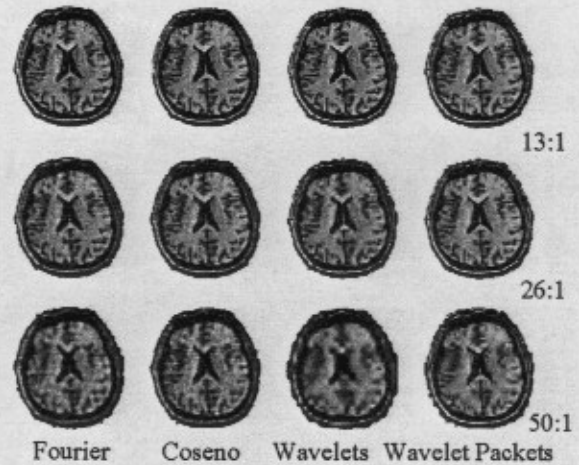


Figura 4. Resultados de la compresión a tasas de 13, 26 y 50:1 por varios métodos

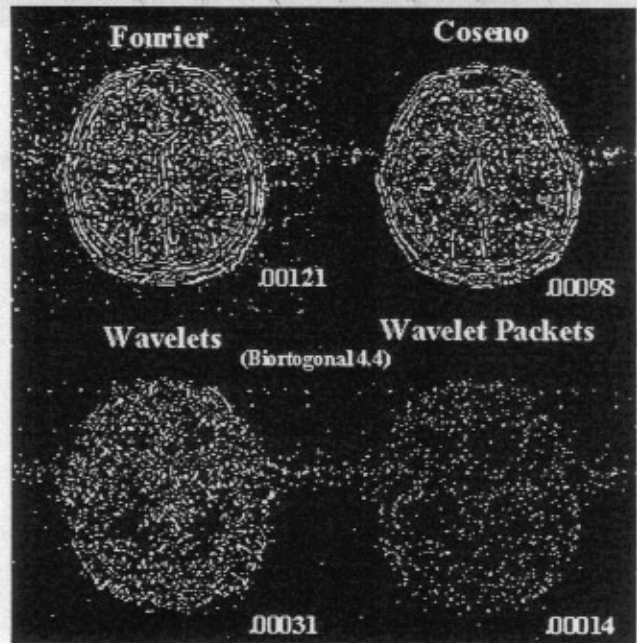


Figura 5. Imágenes de error para las transformadas de Fourier, cosenoidal, wavelet y wavelet packets, para una tasa de compresión de 13:1. Se incluyen los valores calculados del error cuadrático medio.

casos el tiempo de cálculo se incrementó en un factor de 3 para la descomposición en 4 niveles, y en un factor de 14 (equivalentes a 2'45'') para la descomposición en 5 niveles. La figura 6 muestra los resultados para la descomposición en 4 y 5 niveles para wavelets y wavelet packets. En el caso de wavelets clásicos, el análisis se efectuó hasta los 4 niveles de descomposición y como los resultados no fueron satisfactorios, si se comparan con aquellos presentados en la figura 6 que son inaceptables, se concluyó el análisis hasta esta etapa. La tabla 2 muestra los resultados de la medición del error cuadrático medio para descomposiciones en 4 y 5 niveles.

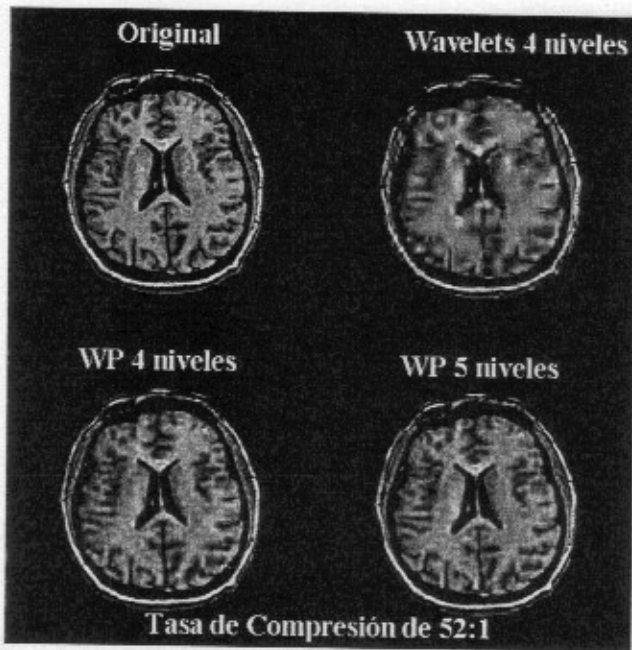


Figura 6. Resultados de la compresión a partir de una descomposición en 4 y 5 niveles

NIVELES DE DESCOMPOSICIÓN	4 NIVELES	5 NIVELES
WAVELETS BIORTOGONALES SPLINE 4, 4, 4, 4 NIVELES	0.002436	0.002202
WAVELET PACKETS BIORTOGONALES 4, 4, 4, 4 NIVELES	0.000908	0.000714

Tabla 2. Error cuadrático medio de la compresión a una tasa de 52:1 y descomposición en 4 y 5 niveles.

Estos resultados muestran que el aumentar el número de niveles de la descomposición piramidal permite elevar aún más la tasa de compresión, a cambio de incrementar substancialmente el tiempo de cálculo. Adicionalmente, se puede observar claramente la superioridad del método de wavelet packets en la descomposición en cinco niveles, sobre todos los demás.

Adicionalmente, y como complemento a estos resultados, hechos a partir de la descomposición en wavelet packets, siguiendo el criterio de entropía de Shannon, donde la entropía E es una función de costo, definida como $E1(s_j) = -s_j^2 \log(s_j^2) = -\sum_i s_i^2 \log(s_i^2)$. Se evaluaron otros criterios de la misma, para una descomposición en cuatro niveles, tales como:

$$E2(s_j) = |s_j|^p = \sum_i |s_i|^p = ||s_j||^p, \text{ concentración en la norma } 1^p.$$

$$E3(s_j) = \log(s_j^2) = -\sum_i \log(s_i^2), \text{ el logaritmo de la energía.}$$

La entropía umbral: $E4(s_j) = 1$ si $|s_j| > \epsilon$ y 0 en otros lados, de tal manera que $E4$ sea el número de instantes en el tiempo cuando la señal sea mayor a un umbral ϵ .

La tabla 3 muestra los resultados del cálculo de error cuadrático medio para los distintos tipos de selección del mejor árbol a partir de las definiciones de entropía.

MÉTODO	ERROR CUADRÁTICO MEDIO
CONCENTRACIÓN EN LA NORMA $N=1$	0.001351
CONCENTRACIÓN EN LA NORMA $N=1.5$	0.001184
CONCENTRACIÓN EN LA NORMA $N=2$	0.001568
UMBRAL $=1$	0.002676
UMBRAL $=3$	0.001138
UMBRAL $=5$	0.001213
UMBRAL $=10$	0.001345
UMBRAL $=25$	0.001045
UMBRAL $=50$	0.001210
UMBRAL $=75$	0.001352
UMBRAL $=100$	0.001236
LOGARITMO DE LA ENERGÍA	0.000708

Tabla 3. Determinación del error cuadrático medio a partir de distintos criterios de entropía para una descomposición en cuatro niveles para una tasa de compresión de 52:1.

CONCLUSIONES

Como primera conclusión de esta evaluación se tiene el hecho de que a todas las tasas de compresión ensayadas, la calidad de las imágenes recuperadas a partir de la transformada cosenoidal son superiores a aquellas procesadas por la Transformada de Fourier. Este resultado era esperado, aunque contradice los estudios publicados por Villasenor para imágenes de este tipo. Pareciera que los resultados publicados se refieren a algunas imágenes con características particulares pero que las conclusiones no son válidas en el caso general aún cuando las imágenes consistan en regiones centrales con información, rodeadas de regiones oscuras con valores pequeños.

En segundo lugar, la superioridad de los métodos basados en la descomposición wavelet sobre las transformaciones Fourier y cosenoidal clásicas es más que evidente. En las imágenes de error, las imágenes procesadas con estos métodos convencionales presentan características correspondientes a bordes y estructuras de la imagen original, mientras que en las imágenes procesadas con las transformadas wavelet se presentan imágenes de error menos correlacionadas con la imagen original.

Siguiendo los mismos criterios, se evidencia la superioridad de la descomposición de la imagen en wavelet packets sobre la descomposición en wavelets convencionales. Desde los puntos de vista de calidad visual de la reconstrucción, descorrelación de las estructuras visibles en las imágenes de diferencias y el cálculo del error cuadrático medio, esta última técnica es superior a todas las demás. Pareciera que las características de los wavelet packets permiten una tasa de compresión del doble que aquellas permitidas para las descomposiciones por wavelets para un nivel de calidad de reconstrucción dado.

Desde el punto de vista de la determinación de una tasa de compresión óptima que combine una tasa elevada con una alta calidad visual, se puede concluir que la descomposición en 5 niveles proporciona las mejores imágenes a cambio de un incremento muy importante en el tiempo de cómputo. La figura 7 muestra los resultados de una descomposición en 5 niveles para una tasa de 26:1 y la imagen

original, la descomposición de wavelet packets a 3 niveles y una tasa de 13:1 y la descomposición en 3 niveles para la tasa de 26:1. Se puede concluir que la calidad de la imagen reconstruida es semejante a la de 3 niveles a una tasa de 13:1, y que la tasa de 26:1 con estas características presenta un balance adecuado entre calidad y tasa de compresión. Estos resultados se muestran objetivamente en la figura 8, donde se presentan las imágenes de diferencias de los procesos anteriores para wavelet packets: 3 niveles a tasa de 13:1; 3 niveles a tasa 26:1 y 5 niveles a la misma tasa de 26:1.

Finalmente, para determinar cual es el criterio óptimo para calcular el mejor árbol en la descomposición, se evaluaron los distintos criterios para una descomposición en 4 niveles y se observó que para el criterio del logaritmo de la entropía, las características visuales y de error cuadrático medio son mejores. De hecho, una descomposición en cuatro niveles con estas características proporciona un error cuadrático medio un poco menor a una descomposición en cinco niveles, siguiendo el criterio de entropía de Shannon. De la misma manera, una descomposición en 5 niveles con el criterio del logaritmo de la entropía y una tasa de compresión de 50:1 proporciona un error cuadrático medio equivalente a una compresión de 20:1 para una transformada discreta cosenoidal. La tabla 4 muestra los resultados de la comparación de la descomposición en cinco niveles, siguiendo el criterio de entropía de Shannon, vs. el logaritmo de la energía (le) para las tasas de compresión de 26:1 y 50:1 respectivamente.

CRITERIO DE ENTROPÍA Y TASA DE COMPRESIÓN	ERROR CUADRÁTICO MEDIO
50:1 ENTROPÍA DE SHANNON	7.143×10^{-4}
50:1 LOGARITMO DE LA ENERGÍA	4.861×10^{-4}
26:1 ENTROPÍA DE SHANNON	6.229×10^{-4}
26:1 LOGARITMO DE LA ENERGÍA	1.878×10^{-4}

Tabla 4. Resultados del cálculo del error cuadrático medio para distintos tipos de criterios para el cálculo del mejor árbol de la descomposición para wavelet packets a tasas de 26:1 y 52:1

La figura 9 resume las características de la compresión de las imágenes en función del error cuadrático medio para una tasa de compresión de 52:1. Como resultado visual final, la figura 10 muestra a la imagen original, a una imagen comprimida por wavelet packets y el criterio le a una tasa de 26:1, una imagen comprimida bajo las mismas características a una tasa de 52:1 y una imagen comprimida a una tasa de 13:1 bajo la transformada cosenoidal sobre la imagen completa.

Se ve que la imagen comprimida a una tasa de 26:1 es prácticamente idéntica a la imagen original, mientras que la imagen comprimida a una tasa de 50:1 presenta mejores características visuales que la imagen correspondiente a la descompresión por el método de la TDC aún a una tasa tan inferior como 13:1. Estas tasas de compresión podrán emplearse en sistemas completos de imágenes por resonancia

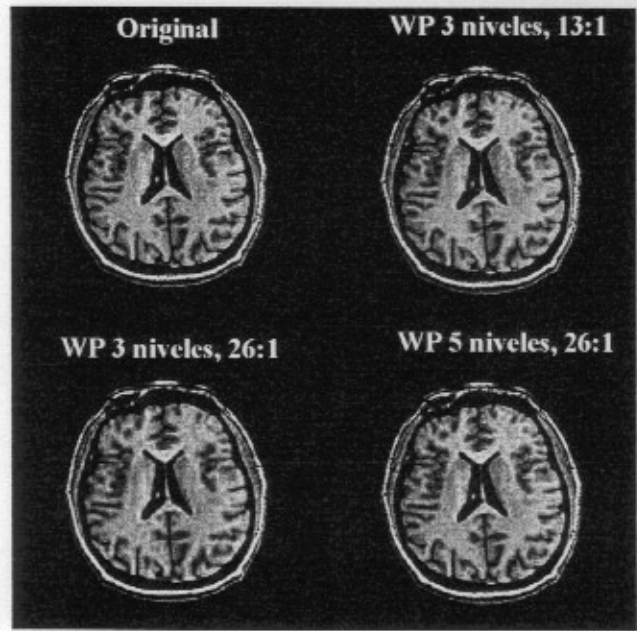


Figura 7. Comparación en la calidad de la reconstrucción.



Figura 8. Imágenes de diferencia para los resultados anteriores.

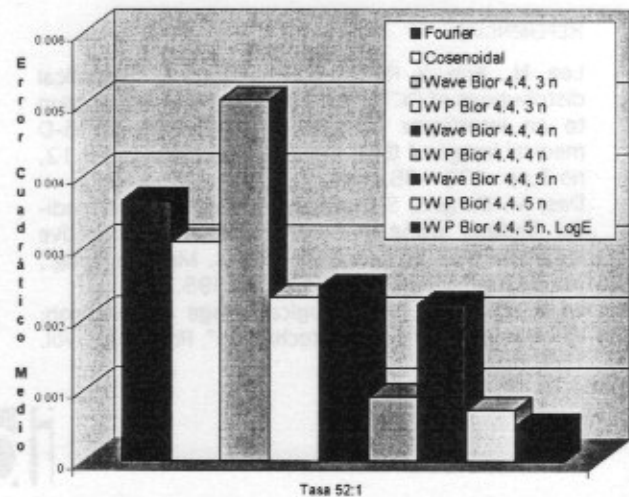


Figura 9. Error cuadrático medio para distintos tipos de compresión a una tasa de 52:1

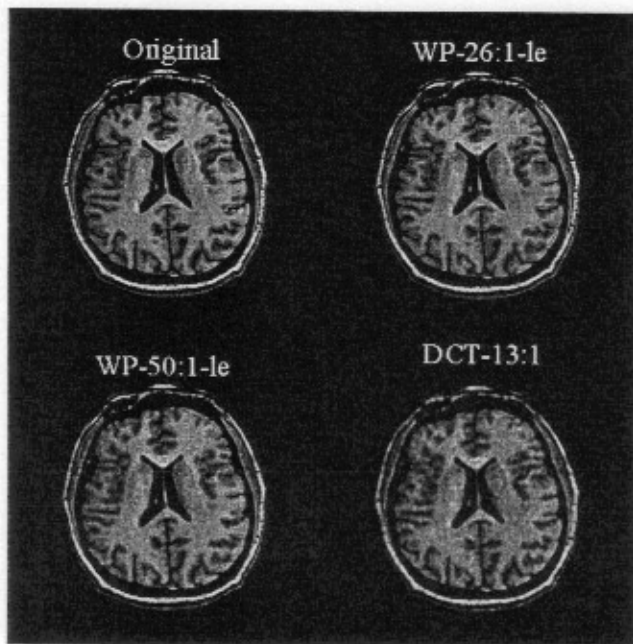


Figura 10. Comparación entre la imagen original, imagen comprimida por wavelet packets y el criterio de logaritmo de la energía a una tasa de 26:1, imagen comprimida de la misma manera a una tasa de 52:1 y una imagen comprimida a una tasa de 13:1 por el método de la transformada discreta cosenoidal.

magnética nuclear. Estos resultados ayudarán a la definición de tasas y métodos avanzados para la compresión de estudios completos de imágenes de resonancia magnética nuclear, donde típicamente se cuenta con 100 imágenes de resolución de 256 x 256 píxeles y 12 bits de amplitud.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo recibió apoyo de CONACYT, proyecto 400200-5-29290A.

REFERENCIAS

- 1.- Lee, H., Kim, Y, Rowberg, A, Riskin, E. "Statistical distributions of DCT coefficients and their application to an interframe compression algorithm for 3-D medical images," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.12, no.3, pp. 478-485, Sept. 1993.
- 2.- Das, M, Burgett, S. "Lossless compression of medical images using two-dimensional multiplicative autoregressive models," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.12, no.4, pp. 721-726, Dic. 1993.
- 3.- Lo S., Huang K. "Radiological image compression: Full-frame bit allocation technique" Radiology, vol. 155, pp.811-817, 1985.

- 4.- Lo S., Huang K "Compression of radiological images with 512, 1024 and 2048 matrices", Radiology, Vol. 161, pp519-525, 1986.
- 5.- Rhodes, M, Quinn, J., Silvester, J. "Locally optimal run-length compression applied to CT images," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.4, no.2, pp. 84-90, Jun. 1985.
- 6.- Chen, K., Ramabadrán, T. "Near lossless compression of medical images through entropy coded DPCM," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.13, no.3, pp. 538-548, Sept. 1994.
- 7.- Shen, L., Rangayyan R. "A segmentation-based lossless image coding method for high-resolution medical image compression," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.16, no.3, pp. 301-307, Jun. 1997.
- 8.- Foran, D. Meer, P, Papatthomas, T, Marsic, I. "Compression guidelines for diagnostic telepathology," IEEE Trans. Inf. Technol. In Biomedicine, vol. 1, no.1, pp 55-60, Mar. 1997.
- 9.- Cosman, P, Tseng, C, Gray, R, Ohlsen R., et. al. "Tree-structured vector quantization of CT chest scans: image quality and diagnostic accuracy," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.12, no.4, pp. 727-739, Dic. 1993.
- 10.- Lee, H, Kim, Y, Riskin, E, Rowberg, A., Frank M. "A predictive classified vector quantizer and its subjective quality evaluation for X-Ray CT images," IEEE Trans. Med. Imaging., vol.14, no.2, pp. 397-406, Jun. 1995.
- 11.- Villasenor, J. "Alternatives to the Discrete cosine transform for irreversible tomographic image compression", IEEE Trans. Med. Imaging, Vol.12, no. 4, pp. 803-810, Dic. 1993.
- 12.- Saipetch, P., Ho, B., Panwar, R., Ma, M., Wei J. "Applying wavelet transforms with arithmetic coding to radiological image compression," IEEE Engineering in medicine and biology, vol. pp. 587-593, Sept/Oct. 1995.
- 13.- Makhoul, J. "A fast cosine transform in one and two dimensions," IEEE Trans. Acoustics, Speech and signal Processing, vol. 28, No.1, Feb. 1980, pp. 27-34.
- 14.- Mallat, S. "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation," IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence , vol 11, No. 7, Jul. 1989, pp. 674-693.
- 15.- Meyer, Y; Jaffard, S; Rioul, O. "L'analyse par ondelettes," Pour La Science, pp. 28-33, Sept. 1987.
- 16.- Bovik, A.C., Gopal, N., Restrepo, A. "Localized Measurement of Emergent Image Frequencies by Gabor Wavelets". IEEE Trans on Information Theory, vol. 38, No.2, 1992, pp.691-712.
- 17.- Mallat, S. "Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 37 No. 12, Dic. 1989, pp. 2091-2110.
- 18.- Castleman, K. Digital Image Processing, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1996.
- 19.- Daubechies, I., Ten Lectures on Wavelets. CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. SIAM, Philadelphia, PA, 1992.
- 20.- Coifman, R., Wickerhauser, M. "Entropy-Based algorithms for best basis selection", IEEE Trans on Information Theory, vol. 38, No.2, 1992, pp.713-718.

